

по буровзрывным работам на карьерах. – Киев: Наук. думка, 1973. – С. 160. 4. Руководство по экспресс-определению прочностных свойств углевмещающих пород Донбасса по их геологическим характеристикам и акустическим измерениям кернов геологоразведочных скважин / А.А. Майборода, О.С. Алферов. – Днепропетровский горный институт. – Днепропетровск, 1988. – 30 с.

*Поступила в редколлегию 11.09.08*

УДК 532.5.536.2

**В.П. НАДУТЫЙ**, докт. техн. наук, ИГТМ НАН Украины;

**В.И. ЕЛИСЕЕВ**, канд. физ–мат. наук, ИГТМ НАН Украины;

**В.И. ЛУЦЕНКО**, канд. техн. наук, ИГТМ НАН Украины;

**И.П. ХМЕЛЕНКО**, аспирант, ИГТМ НАН Украины.

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСЛОВИЯ РАВНОВЕСИЯ СЛОЯ ЖИДКОСТИ С ТВЕРДОЙ ЧАСТИЦЕЙ В ЯЧЕЙКЕ СИТА**

Розглянута задача розрахунку форми поверхні і умов стійкості товстого шару рідини в капілярній ситовій чарунці, який має форму кола з включенням твердої частки.

The task of calculation the surface form and the firmness terms of a thick layer of a liquid in capillary one sieve to cell, which has the circle form with including a hard particle were considered.

Процессы обезвоживания и классификации горной массы, особенно мелких и тонких классов крупности, зависят от целого ряда факторов. Поэтому повышение их эффективности, созданием машин и устройств для реализации этих процессов требуют дополнительного изучения и теоретического осмысления. Необходимо установить зависимости, доминирующие в этих процессах, наиболее влиятельные на границе раздела жидкости и изучаемой рабочей поверхности устройства обезвоживания или классифицирующей машины.

Актуальность изучения указанных процессов связано с тем, что при добыче, переработки и обогащении рассыпных месторождений, руд черных и цветных металлов, угля, нерудных материалов широко используются операции обезвоживания и ситовой классификации пульп. Учитывая разнообразие материала ситовой рабочей поверхности, плотность пульпы, толщину слоя жидкости, плотность твердых частиц в этом слое в реальных производственных процессах, качественно наблюдается существенное влияние перечислен-

ных факторов на эффективность процесса. Как правило, они воздействуют в комплексе. Однако для определения степени влияния каждого из них потребовались отдельные экспериментальные и теоретические исследования. Так, в предыдущей работе авторов [1] был рассмотрен ряд задач о равновесии слоев жидкости в неподвижной ситовой ячейке. В ней показано, что имеется разнообразие вариантов равновесных состояний слоев жидкости, удерживающихся в ячейке. Такое состояние часто наблюдается при очистке оборотной воды на ситах микронной толщины, когда жидкость истекает по поверхности сита или даже под его поверхностью, таким образом, что обезвоживающее сито находится в средней линии потока жидкости над и под ситом в то время, когда технологически необходимо, чтобы весь поток жидкости уходил под сито, а на нем оставались только твердые включения, загрязняющие воду. Поэтому рассмотренные задачи о равновесии слоев жидкости имеют свое практическое применение.

При наличии твердой частички в ячейке сита изменяются условия равновесия слоя жидкости и увеличивается многообразие вариантов равновесных состояний.

Целью исследований в данной работе является определение условий равновесного состояния, когда жидкость смачивает ситовое волокно, твердая частица, находящаяся при этом в ситовой ячейке, имеет сферическую форму, а ячейка сита представляет собой круглое отверстие, образованное волокнами сита. Для этого варианта задача положения частицы в слое определяется не только ее размером, но и ее смачиваемостью рассматриваемой жидкостью. В связи с этим представляет интерес рассмотрение равновесного состояния как случая смачиваемой, так и несмачиваемой частицы. В данной работе рассматривается случай смачиваемой частицы. Кроме смачиваемости частицы, ее размеры и высота слоя жидкости, покрывающей ячейку сита, определяют многообразие вариантов равновесного состояния. В основу рассмотрения указанной расчетной схемы положены для общности представлений численные решения уравнений, а в каких-то конкретных случаях, в зависимости от необходимости, будут найдены асимптотические решения, которые, возможно, будут более удобны для анализа. Подробно рассматривается несколько вариантов равновесных положений, которые могут существовать при данной постановке задачи.

Вариант, когда смачиваемая частица находится в ячейке сита под толстым слоем жидкости, один из характерных. Под толстым слоем жидкости

понимается слой, который опирается на ситовую ячейку и покрывает волокно (рис. 1, для удобства рисунок перевернут).

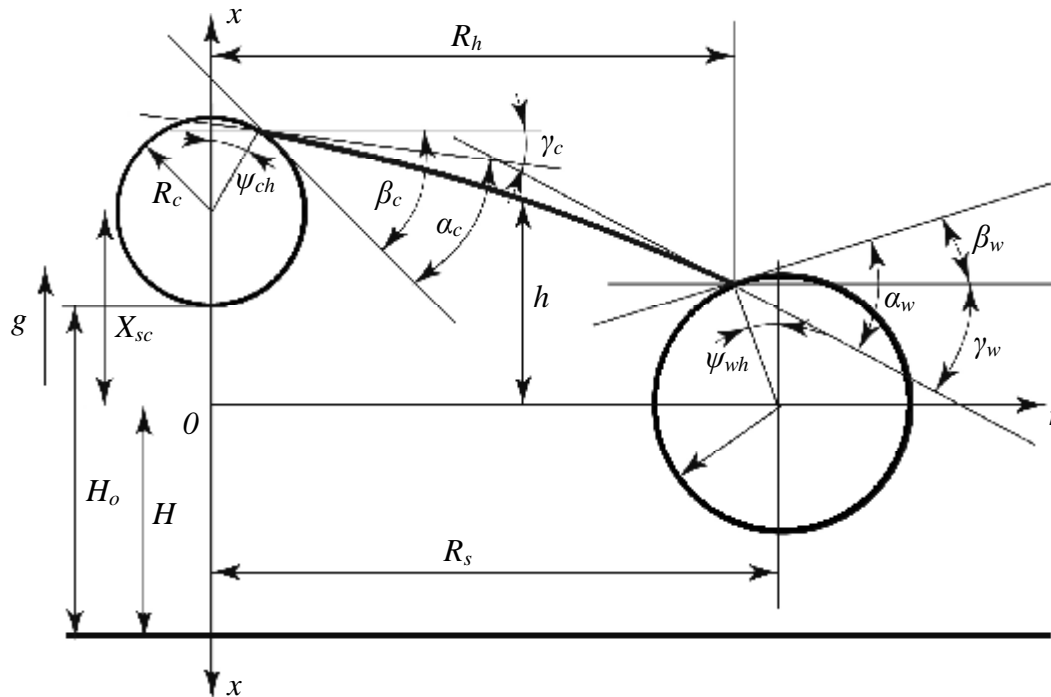


Рис. 1. Схема положения частицы в толстом слое смачивающей жидкости

В данном случае верхняя поверхность жидкости представляет собой плоскость, на которой давление равно атмосферному.

В дальнейших теоретических представлениях приняты следующие условные обозначения:  $g$  – ускорение свободно падающего тела,  $\text{м/с}^2$ ,  $h$  – продольная координата точек нижней поверхности;  $H$  – продольная координата точек верхней поверхности;  $H_0$  – расстояние от поверхности жидкости до частицы на оси  $x$ ;  $p_c$  – давление на уровне центра волокна при  $x = 0$ ;  $p_a$  – атмосферное давление,  $\text{Н/м}^2$ ;  $p_c$  – давление в жидкости на уровне центра частицы;  $R$  – радиус частицы, радиус волокна, радиус окружности контакта поверхности жидкости с волокном;  $R_s$  – расстояние между центрами частицы и волокна;  $X_{sc}$  – безразмерная координата центра частицы;  $\rho$  – плотность,  $\text{кг/м}^3$ ;  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения,  $\text{Н/м}$ ;  $\alpha$  – краевой угол жидкости на поверхности твердого тела;  $\beta$  – угол между касательной к поверхности твердого тела в точке контакта с жидкостью и прямой параллельной оси  $r$ ;  $\gamma$  – угол между касательной к поверхности жидкости в точке контакта с твердым телом и прямой параллельной оси  $r$ ;  $\psi$  – угол между радиусом, проведенным из центра в точку контакта поверхности жидкости с твердым телом и

осью  $x$ ;  $B_0 = rgR_h/S$  – число Бонда.

Индексы:  $c$  частица  $H$  – величины, относящиеся к верхней поверхности жидкости;  $h$  – величины, относящиеся к верхней поверхности жидкости;  $w$  – волокно; штрих и два штриха обозначают первую и вторую производные по поперечной координате соответственно.

Для нижней поверхности, на которой держится частица, выполняется следующее условие [2, 3]:

$$\frac{h''}{(1+h'^2)^{3/2}} + \frac{h}{r(1+h'^2)^{1/2}} + \frac{rg}{S}(h+H) = 0; \quad (1)$$

где штрих обозначает производную по поперечной координате  $r$ ;  $\rho$  – плотность жидкости, кг/м<sup>3</sup>;  $g$  – ускорение свободно падающего тела, м/с<sup>2</sup>;  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения, Н/м;  $h$  – нижняя поверхность, м;  $H$  – верхняя плоскость, м. Как и в работе [1] это уравнение удобно перевести в безразмерный вид, вводя следующие безразмерные  $n = r/R_h$ ,  $\bar{h} = h/R_w$ ,  $\bar{H} = H/R_w$  тогда, опуская черту над безразмерной величиной, запишем:

$$\frac{h''}{\left[1+\left(h'R_h/R_w\right)^2\right]^{3/2}} + \frac{h}{n\left[1+\left(h'R_h/R_w\right)^2\right]^{1/2}} + B_0(h-H) = 0; \quad (2)$$

где штрих обозначает производную по  $n$ ,  $R_w$  – радиус волокна;  $R_h$  – радиус окружности контакта нижней поверхности жидкости с волокном.

$B_0 = rgR_h^2/S$  – число Бонда. При интегрировании уравнения (2) необходимо выписать граничные условия для  $h$ . Они могут быть сформулированы следующим образом (рис. 1):

$$\begin{aligned} \text{при } n = n_c, h = h_c, h' &= \frac{R_h}{R_w} q_{ch}; \\ \text{при } n = 1, h = h_w, h' &= \frac{R_h}{R_w} q_{wh}; \end{aligned} \quad (3)$$

где  $n_c = \frac{R_c \sin(y_{ch})}{R_c}$ ;  $R_c$  – радиус частицы;  $h_c = H_0 - H + [1 + \cos(y_{ch})] \frac{R_c}{R_w}$ ;  $h_w = \cos(y_{wh})$ . Для величин  $\theta_{ch}$  и  $\theta_{wh}$ , исходя из геометрических соотношений (см. рис.1), должны выполняться следующие зависимости, связывающие углы соответственно  $\alpha_c, B_c, \gamma_c$  и  $\alpha_w, B_w, \gamma_w$ , т.е.:

$$q_{ch} = \frac{tg a_c + tg b_c}{1 - tg a_c tg b_c}, q_{cw} = \frac{tg a_w + tg b_w}{1 - tg a_w tg b_w}. \quad (4)$$

Граничные условия (3) совместно с (4) позволяют находить соответствующие решения. Однако в этой задаче в отличие от рассмотренных в [1] слоях без частиц имеется дополнительная особенность. Математически она заключается в том, что для удержания частицы на нижней поверхности слоя жидкости должно выполняться условие равенства сил. В состав сил, действующих на частицу, входят сила тяжести частицы, сила Архимеда и сила капиллярного натяжения. Проектируя эти силы на ось  $x$ , будем иметь дополнительное уравнение вида:

$$\frac{4}{3} p r_c g R_c^3 + p R_c^2 \Delta p_c \sin^2 y_{ch} - \frac{2}{3} p r g R_c^3 (1 + \cos^3 y_{ch}) = -2 p s R_c \frac{q_{ch}}{(1 + q_{ch}^2)^{1/2}} \sin y_{ch}; \quad (5)$$

$\Delta p_c = p_c - p_a = r g R_w \left( H_0 + \frac{R_c}{R_w} \right)$ ,  $p_c$  – соответственно давление в жидкости на уровне центра частицы;  $p_a$  – атмосферное давление;  $p_c$  – плотность материала частицы. Расчет при наличии геометрических параметров частицы и ячейки удобно проводить, задавая угол  $\psi_{ch}$ , находить из (5)  $H_0$ , затем подбирать  $H$  таким образом, чтобы при численном интегрировании уравнения (2) выполнялись граничные условия (3).

На рис. 2 показаны некоторые результаты расчетов нижней поверхности  $h$  для частиц с радиусами  $5 \cdot 10^{-6}$  м (кривая 1),  $10 \cdot 10^{-6}$  м (кривая 2),  $15 \cdot 10^{-6}$  м (кривая 3),  $20 \cdot 10^{-6}$  м (кривая 4),  $25 \cdot 10^{-6}$  м (кривая 5), для двух углов  $\psi_{ch1} = 0,787$  и  $\psi_{ch2} = 0,816$ . В этих расчетах и везде далее принималось  $R_w = 50 \cdot 10^{-6}$  м,  $R_s = 75 \cdot 10^{-6}$  м.

С представленными результатами необходимо сопоставить значения толщин слоя  $H$  и расстояний по вертикали между плоскостью  $x = 0$  и центром

частицы  $X_{sc}$ . (таблица)

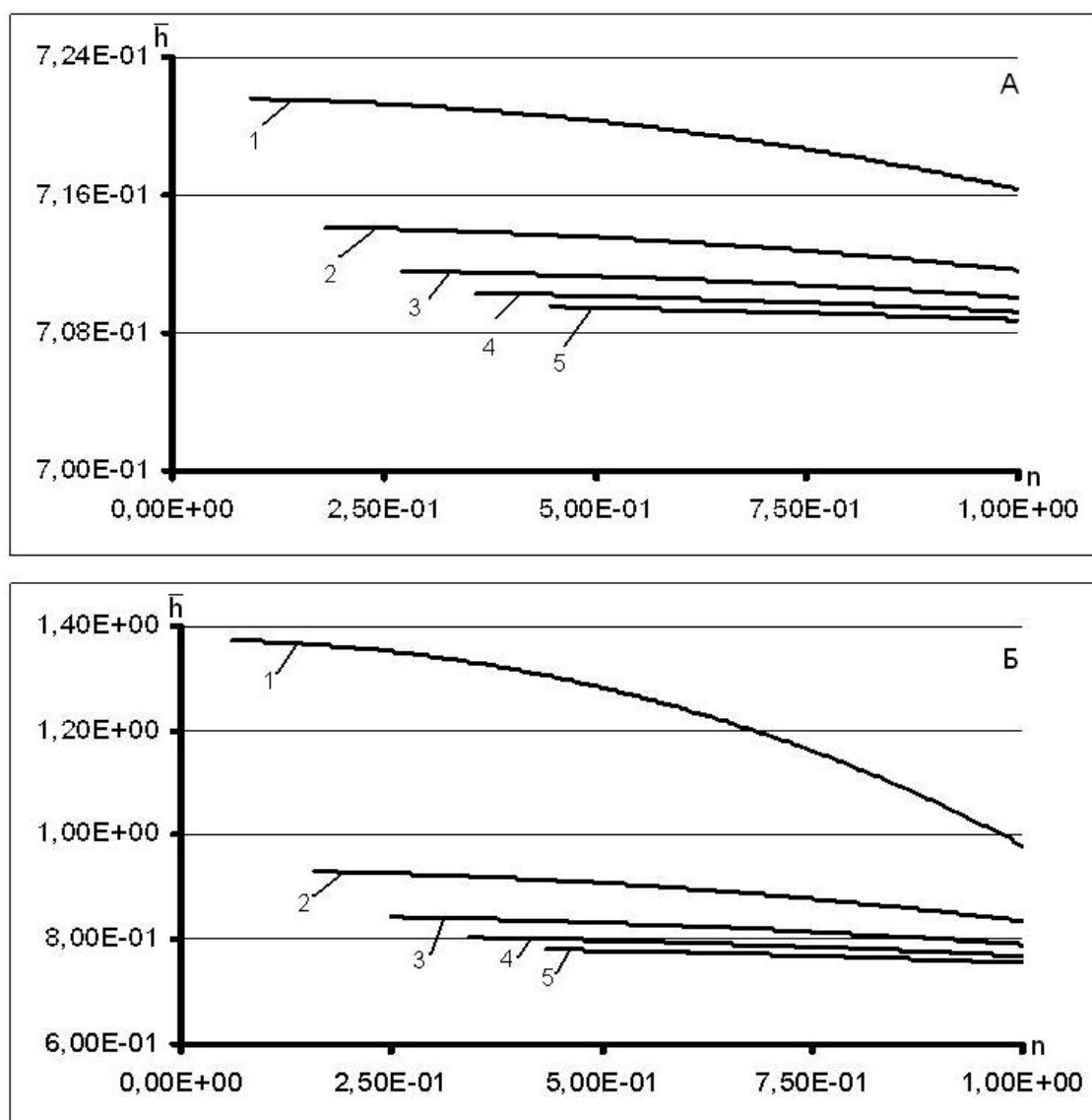


Рис. 2. Формы нижних поверхностей для схемы положения частицы в толстом слое смачивающей жидкости. (А)– $y_{ch} = 0,786$ , (Б)– $y_{cp} = 0,816$ .

Кривая 1 –  $R_c = 5 \cdot 10^{-6}$  м, 2 –  $10 \cdot 10^{-6}$  м, 3 –  $15 \cdot 10^{-6}$  м, 4 –  $20 \cdot 10^{-6}$  м, 5 –  $25 \cdot 10^{-6}$  м.

Из сопоставления кривых на рис. 2 и табличных значений видно, что толщина слоя, удерживаемого ячейкой сетки, связана с размером частицы. С увеличением радиуса частицы высота слоя должна уменьшаться, что видно из таблицы, при этом и глубина проседания частицы уменьшается. Но это касается того случая, когда угол остается постоянным, и равным, например  $\Psi_{ch1}$ . Если же слой жидкости увеличивается при постоянном радиусе частицы, то его вес выдавливает частицу глубже и при этом увеличиваются расстояние до

частицы и угол зацепления жидкости на частице.

Таблица

Значения безразмерной высоты слоя жидкости  $H$  и безразмерной координаты центра частицы  $X_{sc}$  от начала координат для частиц различных размеров

$R_c/R_w$		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$H$	$\Psi_{ch1}$	96	47	30	21	16
	$\Psi_{ch2}$	2500	1200	830	620	500
$X_{sc}$	$\Psi_{ch1}$	0,65	0,57	0,50	0,43	0,36
	$\Psi_{ch2}$	1,3	0,79	0,64	0,53	0,44

Это прослеживается в каждом столбце таблицы. Из двух величин  $H$  большее значение соответствует большему значению угла зацепления. Проводя подробные расчеты здесь можно определить некоторые предельные значения высоты слоя, радиусов частиц и углов зацепления частиц и таким образом выявить необходимые условия существования слоев с частицами в ячейке определенных размеров.

**Вывод.** Таким образом, рассмотренный пример равновесного состояния смачиваемой частицы, находящейся в толстом слое жидкости в ячейке сита показывает зависимость толщины слоя от размера частицы, что позволяет определить условия равновесия слоя жидкости вместе с частицами через ячейки сита. Это особенно важно в условиях классификации тонкоизмельченной горной массы (менее 200 микрон), подаваемой на сито в виде пульпы.

**Список литературы:** 1. Елисеев В.И. Равновесные слои жидкости в капиллярной ситовой ячейке // В.И. Елисеев, В.И. Луценко, В.П. Надутый, И.П. Хмеленко // Геотехническая механика. Межвед. сб. науч. трудов. ИГТМ НАН Украины. – Вып. № 74. – Днепропетровск. – 2008. – С. 26 – 32. 2. Бабинский В.Г., Копачевский Н.Д., Мышкис А.Д., Слобожанин Л.А., Тьюпцов А.Д. Гидромеханика невесомости. – М.: Наука, 1976. 3. Саранин В.А. Равновесие жидкости и его устойчивость. Простая теория и доступные опыты. – М.: Наука, 2002. – 144 с.

Поступила в редколлегию 11.09.08